valeurs propres de u est de puissance q-ième sommable. Si $p \leqslant 2/3$, *d'où* $q \leqslant 1$, $\det(\mathbf{1} - zu)$ *est une fonction entière de genre* O, *donc identique au produit infini* $\prod(1 - zz_i)$, (*où les* z_i *sont les valeurs propres de u, répétées suivant leur ordre de multiplicité*). *Si* E *est un espace de Banach, on a*

$$\left(\sum |z_i|^q\right)^{1/q} \leqslant \left(\mathbf{S}_p(u)\right)^{1/p}$$

Corollaire 1. — *La suite des valeurs propres d'un opérateur de Fredholm est de carré sommable.*

Corollaire 2. — *Si u est un opérateur de Fredholm de puissance* 2/3 *sommable, alors* $\mathrm{Tr} \cdot u = \sum_i z_i$ (*où les* z_i *sont les valeurs propres de u*).

Corollaire 3. — *La suite des valeurs propres d'un opérateur de Fredholm d'ordre* O *dans* E, *rangée par ordre de modules décroissants, est à décroissance rapide.*

De plus, on peut montrer que sous les conditions du théorème 8, quand E est un espace de Banach, alors la suite des valeurs propres de $u \in \mathrm{E}' \overset{(p)}{\otimes} \mathrm{E}$, en tant que suite non ordonnée de puissance q-ième sommable, dépend continûment de u. Cela signifie que si $u_\alpha \longrightarrow u_0$ dans $\mathrm{E}' \overset{(p)}{\otimes} \mathrm{E}$, alors on peut ranger les valeurs propres de u_α en une suite $\lambda^{(\alpha)} = (\lambda_i^{(\alpha)})$ de telle façon que $\lambda^{(\alpha)} \longrightarrow \lambda^{(0)}$ dans l^q. On a un résultat analogue pour $\mathrm{E}' \overset{[p]}{\otimes} \mathrm{E}$.

Par itération des noyaux de Fredholm, on obtient des noyaux ayant des « propriétés de décroissance » de plus en plus fortes :

Théorème 9. — *Soit u un noyau de Fredholm composé de n noyaux de Fredholm* u_i, u_i *étant de puissance* p_i*-ième sommable* ($0 < p_i \leqslant 1$). *Alors u est de puissance p-ième sommable, où*

$$1/p = \left(\sum 1/p_i\right) - (n+1)/2.$$

Si $u_i \in \mathrm{E}_i' \overset{(p_i)}{\otimes} \mathrm{E}_{i+1}$ *où les* E_i *sont des espaces de Banach, on a*

$$\left(\mathrm{S}_p(u)^{1/p}\right) \leqslant \prod \left(\mathrm{S}_{p_i}(u_i)^{1/p_i}\right)$$

En tous cas, le composé de n opérateurs de Fredholm, où $n \geqslant 3$, est de puissance $(2/(n-1))$-ième sommable. Pour $n = 2$ ou 3, la formule $1/p = \sum 1/p_i - (n+1)/2$ ne donne pas de renseignement, mais il semble que l'on doive pouvoir y remplacer $n+1$ par $n-1$.