valeurs propres de u est de puissance $q^{\text{ème}}$ sommable. Si $p \leqslant 2/3$, d'où $q \leqslant 1$, $\det(1 - zu)$ est une fonction entière de genre O, *donc identique au produit infini $\prod (1 - zz_i)$, (où les z_i sont les valeurs propres de u, répétées suivant leur ordre de multiplicité). Si* E *est un espace de Banach, on a*

$$(\sum |z_i|^q)^{1/q} \leqslant (S_p(u))^{1/p}$$

Corollaire 1. — *La suite des valeurs propres d'un opérateur de Fredholm est de carré sommable.*

Corollaire 2. — *Si u est un opérateur de Fredholm de puissance* $2/3$ *sommable, alors* Tr. $u = \sum_i z_i$ *(où les z_i sont les valeurs propres de u).*

Corollaire 3. — *La suite des valeurs propres d'un opérateur de Fredholm d'ordre* O *dans* E, *rangée par ordre de modules décroissants, est à décroissance rapide.*

De plus, on peut montrer que sous les conditions du théorème 8, quand E est un espace de Banach, alors la suite des valeurs propres de $u \in E' \overset{(p)}{\otimes} E$, en tant que suite non ordonnée de puissance $q^{\text{ème}}$ sommable, dépend continûment de u. Cela signifie que si $u_\alpha \to u_0$ dans $E' \overset{(p)}{\otimes} E$, alors on peut ranger les valeurs propres de u_α en une suite $\lambda^{(\alpha)} = (\lambda_i^{(\alpha)})$ de telle façon que $\lambda^{(\alpha)} \to \lambda^{(0)}$ dans l^q. On a un résultat analogue pour $E' \overset{[p]}{\otimes} E$.

Par itération de noyaux de Fredholm, on obtient des noyaux ayant des « propriétés de décroissance » de plus en plus fortes :

Théorème 9. — *Soit u un noyau de Fredholm composé de n noyaux de Fredholm u_i, u_i étant de puissance p_i.$^{\text{ème}}$ sommable* $(0 < p_i \leqslant 1)$. *Alors u est de puissance p.$^{\text{ème}}$ sommable, où*

$$1/p = (\sum 1/p_i) - (n + 1)/2.$$

Si $u_i \in E'_i \overset{(p_i)}{\otimes} E_{i+1}$, où les E_i sont des espaces de Banach, on a

$$(S_p(u)^{1/p}) \leqslant \prod (S_{p_i}(u_i))^{1/p_i}$$

En tous cas, le composé de n opérateurs de Fredholm, où $n \geqslant 3$, est de puissance $(2/(n-1))$.$^{\text{ème}}$ sommable. Pour $n = 2$ ou 3, la formule $1/p = \sum 1/p_i - (n+1)/2$ ne donne pas de renseignement, mais il semble qu'on doive pouvoir y remplacer $n + 1$ par $n - 1$